Proposition de travail pour la rentrée en T^{ale} Maths Complémentaires

Ce document vous propose un travail concret pour vous préparer à la rentrée. Voici le programme du site « maths et tiques », de Yvan Monka, que vous connaissez peut-être déjà :

http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/preptesl

Les exercices et cours sont présentés sous forme de vidéos, le cours est un pdf et à la fin de chaque thème un **QCM** vous permettra de vous évaluer. Les énoncés seuls sont dans ce document, afin de vous aider à le faire au maximum **par vos propres moyens**, sans être tenté d'aller voir tout de suite la correction, profitez-en.

Tous les exercices proposés en vidéo sont corrigés en même temps. Bien évidemment le travail ne sera efficace que si vous prenez le temps de **mettre en pause**, et d'aller éventuellement consulter le cours pour retrouver des exemples avant de vous lancer. Il ne faut surtout pas se contenter de comprendre mais il faut **surtout PRODUIRE**.

Le site web de St Thom donne également les liens pour le travail de révision pour le passage en 1°. Ces bases sont **TOUJOURS** d'actualités, vous ne perdrez rien à vous assurer que vous possédez encore ces connaissances.

Vous trouverez également un document très utile avec des exercices corrigés ici :

https://lyc-louis-armand-villefranche.ent.auvergnerhonealpes.fr/actualites-/livrets-de-mathematiques-pour-l-entree-en-1ere-et-l-entree-en-terminale-21988977.htm

Jour 1

Déterminer la forme canonique de chaque trinôme.

a. $x^2 - 6x + 2$ **b.** $4x^2 - 3$

c. $3x^2 - 12x + 21$ **d.** $-x^2 + 4x - 3$

Ne pas chercher à calculer α et β par les formules, retrouver plutôt les identités remarquables.

Factoriser les trinômes : **a.** $2x^2 - 10x + 12$ **b.** $3x^2 + 7x + 2$

c. $4x^2 + 4x - 8$ **d.** $3x^2 + 2x\sqrt{3} + 1$

Jour 2

Résoudre : **a.** $4x^2 + 3x - 20 > -2(x^2 + x - 18)$

b. $3x + 14 + \dfrac{15}{x} \leqslant 0$

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 5}{x - 3}$$

On souhaite étudier la position de la courbe $\mathscr{C}$ représentant f par rapport à la droite d d'équation $y = x - 2$.

a. Étudier le signe de $f(x) - (x - 2)$.

b. En déduire les positions relatives de la courbe $\mathscr{C}$ et de la droite d.

Jour 3

a. Montrer que pour tous nombres réels a et b :

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

b. Pour h différent de 0, simplifier l'expression $\dfrac{(10 + h)^3 - 10^3}{h}$.

c. En déduire le nombre dérivé de la fonction $x \mapsto x^3$ en $x = 10$.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = |2x + 5|$$

a. Tracer sa représentation graphique dans un repère.

b. Conjecturer une valeur α en laquelle la fonction f n'est pas dérivable.

c. Montrer que la fonction f n'est pas dérivable en $x = \alpha$.

Jour 4

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$.
On donne pour certaines valeurs de la variable x, la valeur $f(x)$ et le nombre dérivé de f en x.

x	0	2	4	6
$f(x)$	1	−2	−3	−2
Nombre dérivé de f en x	−2	−1	0	1

a. Placer dans un repère les points connus de la courbe représentative de f.
b. Tracer les tangentes en ces points.
c. Donner une allure possible de la courbe représentative de la fonction f.

Jour 5

On donne la fonction f définie sur l'intervalle I par l'expression $f(x)$. On admettra que f est dérivable sur I.
Déterminer l'expression $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.

a. $f(x) = 10x^7 - 3x^4 + 5x + 100$, $\quad \mathrm{I} = \mathbb{R}$.
b. $f(x) = -\dfrac{2}{5}x^5 - \pi x + \dfrac{1}{3x}$, $\quad \mathrm{I} = \mathbb{R}\setminus\{0\}$.
c. $f(x) = \dfrac{x-3}{x}$, $\quad \mathrm{I} = \mathbb{R}\setminus\{0\}$. d. $f(x) = \dfrac{1}{x} - \dfrac{3}{x^2}$, $\quad \mathrm{I} = \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

On donne la fonction f définie sur l'intervalle I par l'expression $f(x)$. On admettra que f est dérivable sur I.
Déterminer l'expression $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.

a. $f(x) = \dfrac{x-10}{100x+1000}$, $\mathrm{I} = \mathbb{R}\setminus\{-10\}$.

b. $f(x) = \dfrac{2x^2-5x+1}{x^2+x+1}$, $\mathrm{I} = \mathbb{R}$.

c. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{3x^2-1}$, $\mathrm{I} = \left]\dfrac{1}{\sqrt{3}}\,;+\infty\right[$.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 8x^2 + 5x$ et $\mathscr{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère.
a. Déterminer une équation de la tangente d_1 à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 5.
b. Déterminer une équation de la tangente d_2 à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point B d'abscisse −1.
c. Dans un repère, tracer la courbe $\mathscr{C}_f$, d_1 et d_2.

Jour 6

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 7x - 6$$

a. Étudier les variations de f.

b. Établir son tableau de variations.

c. Quel est le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[4 ; 6]$? sur l'intervalle $[-10 ; 6]$?

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ par $f(x) = \dfrac{1}{x} + 4x$.

Montrer que $f'(x) = \dfrac{4x^2 - 1}{x^2}$ pour $x \neq 0$.

Étudier les variations de la fonction f.

Déterminer le maximum de f sur $]-\infty ; 0[$.

Jour 7

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)e^x$.

1) Etudier les variations de f.

2) Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ en $x = 0$.

Jour 8

Montrer que la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2 - 10n + 16$ est croissante à partir d'un certain rang à préciser.

1. La suite (u_n) est définie par un premier terme $u_0 = 1$ et vérifie pour tout $n \in \mathbb{N}$ la relation $u_{n+1} = u_n + n^2 - \dfrac{15}{2}$. En étudiant le signe de $u_{n+1} - u_n$, déterminer les variations de (u_n).

2. La suite (u_n) est définie par un premier terme $u_0 = 1$ et vérifie pour tout $n \in \mathbb{N}$ la relation $u_{n+1} = \dfrac{5u_n}{n+1}$.

a. Montrer que $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ à partir d'un certain rang à préciser.

b. En déduire les variations de la suite (u_n).

Jour 9

Une suite (u_n) est définie par un premier terme u_0 et chaque terme suivant est la moitié du précédent.

1. On a programmé ci-dessous un algorithme sur calculatrices.

```
PROGRAM:SUITE
:Prompt U,N
:For(I,1,N)
:U/2→U
:End
:Disp U
:
```

```
1 u,n=map(int,input().split(' '))
2 for i in range(n):
3     u=u/2
4 print(u)
```

a. Que représentent les variables U et N ?
b. Quelles sont les données d'entrée nécessaires à l'algorithme ?
c. Programmer cet algorithme et calculer u_{100} en choisissant $u_0 = 1\,000$.

2. On cherche désormais à déterminer la plus petite valeur de n telle que le terme u_n soit inférieur à un nombre p à choisir.
a. Quelles sont les données d'entrée nécessaires à l'algorithme ?
b. Quelle variable doit être affichée en sortie ?
c. À l'aide d'une boucle « tant que » (*while* en anglais), écrire en langage naturel l'algorithme voulu.
d. Programmer ce nouvel algorithme.

Je vous ai refais le programme version Python, à vous d'adapter le reste pour ce qui est de la correction. Petite analyse de la ligne 1 : *input* pour demander à l'utilisateur deux nombres, *split(' ')* que les deux nombres donnés espacés par un espace soient séparé pour être stockés respectivement dans *u* et *n*, et enfin *int* pour que ces nombres soient vus comme des nombres entiers (sinon pas de clacul possible), et *map* pour que le *int* soit appliqué à chaque partie du input.

On donne les suites u, v et w définies pour tout entier n par :

$$u_n = 6^{n+2} \quad , v_n = 3 \times 2^{-n} \quad \text{et} \quad w_n = \frac{4}{3^n}$$

a. Préciser la nature de u, v et w.
b. Donner les variations de u, v et w.

Jour 10

Paul fume deux paquets de 20 cigarettes par jour. Il décide enfin d'arrêter, mais progressivement, en fumant chaque jour deux cigarettes de moins que la veille.

a. Combien de jours aura-t-il mis pour arrêter de fumer ?

b. Combien de cigarettes aura-t-il fumées en trop comparé à un arrêt immédiat de la cigarette ?

En 2007, la consommation annuelle mondiale de pétrole était de 31 milliards de barils. Pour tenir compte des engagements internationaux à réduire la consommation de pétrole, on supposera que celle-ci diminue de 2 % par an.

On note u_n la consommation mondiale de pétrole l'année $2007 + n$.

a. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la suite (u_n).

b. Exprimer u_n en fonction de n.

c. Estimer la consommation mondiale en 2025.

d. Déterminer la consommation de pétrole de 2007 à 2025.

Jour 11

On effectue un test sur des bovins dont 2% sont porteurs d'une maladie.

- Si un animal est malade, le test est positif dans 85% des cas.
- Si un animal est sain, le test est négatif dans 95% des cas.

M = "le bovin est malade".

T = "le test est positif."

Un animal est choisi au hasard.

Calculer : a) $P(T)$ b) $P_T(M)$

Jour 12

Un sac contient les jetons numérotés ci-dessous.

On pioche au hasard un jeton du sac.

Un jeu est organisé ainsi : pour une mise de trois euros, on gagne autant d'euros qu'indiqué sur le jeton. On définit la variable aléatoire X qui lui associe le bénéfice d'un joueur.

a. Montrer que X prend des valeurs comprises entre –2 et 3.

b. Déterminer la loi de probabilité de X.

c. Calculer $E(X)$ et interpréter ce résultat.

On souhaite comparer deux jeux de hasard en étudiant les variables aléatoires X et Y qui associent à chaque jeu le gain correspondant en euros.

Les lois de probabilité de X et Y sont les suivantes :

x_i	-2	1	2	5	10
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

y_i	-5	1	2	5	10
$p(Y = y_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$

a. Vérifier que les tableaux ci-dessus décrivent bien des lois de probabilité.

b. Calculer $E(X)$ et $E(Y)$. Interpréter l'espérance pour comparer les deux jeux.

c. Calculer $\sigma(X)$ et $\sigma(Y)$. Quelle information supplémentaire peut-on déduire de ces paramètres ?