Mathématiques
Les notions indispensables pour une bonne entrée en Seconde

Les notions suivantes ont toutes été abordées en 3ème.

Pour bien démarrer votre année de 2nde, nous vous conseillons de retravailler ces notions, et de les perfectionner. Elles sont essentielles pour réussir à suivre sans être à la peine à chaque étape de raisonnement. Elles constituent un socle indispensable pour construire les nouvelles notions de lycée.

Nombres relatifs

Règles :

- Ordre de priorité :
  1. Parenthèses
  2. Puissances
  3. Multiplication et divisions
  4. Additions et soustractions

- **Soustraire** un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

- Pour **multiplier** (ou diviser) deux nombres relatifs : on détermine le signe avec la **règle des signes :**

  Le produit (ou quotient) d'un nombre *pair* de nombres négatifs est positif.
  Le produit (ou quotient) d'un nombre *impair* de nombres négatifs est négatif.

Exemples :

$-2+(-3)-(+5)-(-7)$
$= -2-3-5+7$ on allège les écritures
$= -10+7$ on regroupe négatifs/positifs
$= -3$

$-7 \times 2 \times (-1) \times (-2) = -28$
(produit de 3 nombres négatifs)

$-5 \times \frac{3}{-4} \times \frac{-2}{-6} = \frac{5 \times 3 \times 2}{4 \times 6} = \frac{5 \times 3 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 3} = \frac{5}{4}$
(produit et quotient de 4 nombres négatifs)

S'entraîner : https://mathsmentales.net/old/
Rubrique : Relatifs, fractions ⇒ Divers ⇒ Mélange sommes algébriques, multiplications et divisions

Fractions

Opérations sur les fractions :

- Addition : $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$
  $(c \neq 0)$

- Addition : $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{a \times d}{c \times d} + \frac{b \times c}{d \times c} = \frac{a \times d + b \times c}{c \times d}$
  $(c \neq 0 \text{ et } d \neq 0)$

- Multiplication : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$
  $(b \neq 0 \text{ et } d \neq 0)$

- Division : $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$
  $(b \neq 0, c \neq 0 \text{ et } d \neq 0)$

« Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse »

Exemples :

$\frac{3}{10} + \frac{12}{10} = \frac{3+12}{10} = \frac{15}{10} = \frac{5 \times 3}{5 \times 2} = \frac{3}{2}$ (on pense à simplifier !)

$\frac{5}{2} + \frac{4}{3} = \frac{15}{6} + \frac{8}{6} = \frac{23}{6}$

Pour additionner ou soustraire, il faut réduire les fractions au même dénominateur

$\frac{4}{5} \times \frac{10}{7} = \frac{4 \times 10}{5 \times 7} = \frac{4 \times 2 \times 5}{5 \times 7} = \frac{8}{7}$

$70 \times \frac{2}{7} = \frac{70 \times 2}{7} = \frac{7 \times 10 \times 2}{7} = 20$

$\frac{3}{2} \div \frac{9}{5} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{9}{5}} = \frac{3}{2} \times \frac{5}{9} = \frac{3 \times 5}{2 \times 9} = \frac{3 \times 5}{2 \times 3 \times 3} = \frac{5}{6}$

S'entraîner : https://mathsmentales.net/old/
Rubrique : Relatifs, fractions ⇒ Divers ⇒ Calculs avec des fractions

Calcul littéral – TRES IMPORTANT ! ♥♥

N°1 : Règle de la distributivité

♥ $\boldsymbol{k(a+b) = ka + kb}$

Ex : $5x(x-3) = 5x^2 - 15x$
$-4a(b-a) = -4ab + 4a^2$

N°2 : Règle de la double distributivité

♥ $\boldsymbol{(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd}$

Ex : $(3x+2)(7x-3) = 21x^2 - 9x + 14x - 6$
$= 21x^2 + 5x - 6$ (on réduit)

N°3 : Règle du changement de signe

(revient à multiplier par $(-\mathbf{1})$ les nombres à l'intérieur de la parenthèse)

♥ $\boldsymbol{a - (b+c) = a - b - c}$
♥ $\boldsymbol{a - (b-c) = a - b + c}$

Ex : $8 - (2x - 10) = 8 - 2x + 10 = -2x + 18$

$4x - 3 - (-7x + 5) = 4x - 3 + 7x - 5 = 11x - 8$

N°4 : Les identités remarquables

♥ $\boldsymbol{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$ (n°1)

Ex : $(5x+3)^2 = 25x^2 + 30x + 9$
$(7+2x)^2 = 49 + 28x + 4x^2$

♥ $\boldsymbol{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$ (n°2)

Ex : $(7-4x)^2 = 49 - 56x + 16x^2$
$(x-5)^2 = x^2 - 10x + 25$

♥ $\boldsymbol{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$ (n°3)

Ex : $(x-6)(x+6) = x^2 - 36$
$(3x+2)(3x-2) = 9x^2 - 4$

Remarque : Vous devez être capable de donner les trois formes développées sans étape intermédiaire. Les calculs se font tous de tête.
Aide : Dans les id. rem n°1 et 2, pour calculer le double produit « 2ab », commencer par calculer « $a \times b$ » puis ensuite prendre le double. Vous obtenez ainsi plus facilement le résultat de tête.

S'entraîner : https://mathsmentales.net/old/
Rubrique : Calcul littéral ⇒ Développer une identité remarquable

Utiliser le Calcul littéral – TRES IMPORTANT !

① **Réduire** une expression littérale, c'est l'écrire sous la forme la plus simple possible.

On regroupe entre eux les termes en x^2, les termes en x, les termes constants, etc…

Ex : A = $\mathbf{7x^2} - 3x - 10 + \mathbf{4x^2} + 9x + 7 = \mathbf{11x^2} + 6x - 3$

② **Factoriser** une expression, c'est la transformer en un produit.

Ex : B = $(\mathbf{3x+7})^2 + (4-x)(\mathbf{3x+7})$ *on repère le facteur commun*
$= (3x+7)[3x+7+4-x]$ *on factorise*
$= (3x+7)(2x+11)$ *on réduit* « Et surtout, on ne redéveloppe pas ! »

③ **Développer** une expression littérale, c'est la transformer en une somme.

Ex : $C = \underbrace{(2x+5)^2}_{\text{1ère id.rem}} - \underbrace{(4x-1)(2x-5)}_{\text{Double Distrib.}}$ *Priorité aux produits*

$= 4x^2 + 20x + 25 - (8x^2 - 20x - 2x + 5)$ *on développe*
$= 4x^2 + 20x + 25 - 8x^2 + 20x + 2x - 5$ *règle de changement signe*
$= -4x^2 + 42x + 20$ *on réduit*

④ **Evaluer** une expression littérale, c'est calculer l'expression pour une valeur donnée.

Ex : Calculer $D = 3x^2 - 5x + 2$ pour $x = -2$ puis pour $x = 3$
Pour $x = -2$ *on a* $D = 3 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 2 = 3 \times 4 + 10 + 2 = 24$
Pour $x = 3$ *on a* $D = 3 \times 3^2 - 5 \times 3 + 2 = 27 - 15 + 2 = 14$

Faites très attention à bien rajouter les parenthèses, notamment autour des nombres négatifs !

Equations du 1er et 2ème degré

Reconnaître une équation du 1er degré :

Une équation du premier degré est une équation où l'inconnue (souvent x) est à la puissance 1 (même en version développée).

Pour résoudre une équation du 1er degré :

Il faut isoler x en :

- Ajoutant/ soustrayant les deux membres de l'équation par un même nombre
- Multipliant/divisant les deux membres de l'équation par un même nombre non nul

Reconnaître une équation du 2nd degré :

Une équation du second degré est une équation où l'inconnue (souvent x) est à la puissance 2 (même en version développée).

Equation du 2nde degré du type $\boldsymbol{x^2 = a}$:

① Les solutions de $\boldsymbol{x^2 = a}$ où $\boldsymbol{a}$ est positif sont

$$\boldsymbol{x = -\sqrt{a}\ ou\ x = \sqrt{a}}$$

② La solution de $\boldsymbol{x^2 = 0}$ est $\boldsymbol{x} = 0$

③ L'équation $\boldsymbol{x^2 = a}$ où $\boldsymbol{a}$ est négatif n'a pas de solution car un carré est toujours positif ou nul.

Exemples :

Résoudre l'équation :

$3x - 2 = 7 + x$

$3x - x = 7 + 2$ je regroupe les termes en x/les termes constants

$2x = 9$ j'isole x en divisant les deux membres par 2

$x = \frac{9}{2}$ **La solution de l'équation est $\frac{9}{2}$**

S'entraîner : https://mathsmentales.net/old/

Rubrique : Calcul littéral ⇒ Résoudre une équation du type $ax + b = cx + d$

Exemples :

Résoudre les équations :

$5x^2 = 20$

$x^2 = 4$

$x = -\sqrt{4}\ ou\ x = \sqrt{4}$

$x = -2\ ou\ x = 2$

Les solutions sont 2 et -2

$9x^2 = 0$

$x^2 = \frac{0}{9}$

$x^2 = 0$

La solution est 0

$x^2 + 6 = 0$

$x^2 = -6$

L'équation n'a pas de solution

Résolution des équations du 2nde degré avec la règle du produit nul

Règle du produit nul :

Si A × B = 0 alors A = 0 ou B = 0

Exemples :

$3x(x - 5) = 0$

$3x = 0\ \ ou\ \ x - 5 = 0$

$x = 0\ \ ou\ \ x = 5$

Les solutions sont 0 et 5

$(4x - 1)(6x - 2) = 0$

$4x - 1 = 0\ \ ou\ \ 6x - 2 = 0$

$x = -\dfrac{1}{4}\ \ ou\ \ x = \dfrac{2}{6}$

Les solutions sont $-\frac{1}{4}$ *et* $\frac{1}{3}$

$(2x - 1)^2 = 0$

$2x - 1 = 0$

$x = \dfrac{1}{2}$

La solution est $\frac{1}{2}$

S'entraîner : https://mathsmentales.net/old/

Rubrique : Calcul littéral ⇒ Résoudre une équation produit nul

Méthode de résolution : Il faut transformer l'équation du 2nd degré en une **équation produit nul** , puis résoudre en :

1) Faisant apparaître 0 dans un membre
2) Factorisant l'autre membre à l'aide d'un **facteur commun** ou d'une **identité remarquable**
3) Appliquant la règle du produit nul

Dans toute résolution d'équation, il faut faire une phrase réponse.

Exemples :

$(2x + 1)^2 = 16$

$(2x + 1)^2 - 16 = 0$

$(2x + 1)^2 - 4^2 = 0$ on reconnait 3ème I.R $a^2 - b^2$

$(2x + 1 + 4)(2x + 1 - 4) = 0$ $(a + b)(a - b)$

$(2x + 5)(2x - 3) = 0$

D'après la règle du produit nul

$2x + 5 = 0\quad ou\quad 2x - 3 = 0$

$x = -\frac{5}{2}\quad ou\quad x = \frac{3}{2}$

Les solutions de l'équation sont $-\frac{5}{2}$ et $\frac{3}{2}$

$(3x - 1)(7x + 2) - (4 - 5x)(3x - 1) = 0$

$(3x - 1)[(7x + 2) - (4 - 5x)] = 0$ on factorise par $3x - 1$

$(3x - 1)(7x + 2 - 4 + 5x) = 0$ on change les signes

$(3x - 1)(12x - 2) = 0$ on réduit

D'après la règle du produit nul

$3x - 1 = 0\quad ou\quad 12x - 2 = 0$

$x = \frac{1}{3}\quad ou\quad x = \frac{2}{12}$

Les solutions de l'équation sont $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{6}$

Définition d'une fonction :
Le processus qui, à un nombre, fait correspondre un **unique** autre nombre s'appelle une fonction.

Par exemple, la fonction f qui, à un nombre, associe $3x^2 - 2$ se note :

$$\boldsymbol{f : x \longmapsto 3x^2 - 2}$$

x antécédent

$3x^2 - 2$ image

On peut écrire aussi :

$$\boldsymbol{f(x) = 3x^2 - 2}$$

f est le nom de la fonction, ce n'est pas un nombre.
x et $f(x)$ sont des nombres :
x est l'antécédent et $f(x)$ est son image.

Méthode :

① **Pour calculer une image :**
je « **remplace** » et je calcule.

Mémo : $\boldsymbol{f} : \boldsymbol{-5} \longmapsto ?$

② **Pour calculer un antécédent :**
je résous une **équation**

Mémo : $\boldsymbol{f} : ? \longmapsto \boldsymbol{11}$

Représentation graphique : On choisit un repère.
La représentation graphique d'une fonction f est formée de l'ensemble des points M de coordonnées $M(\,x\,;\,f(x))$.
Par exemple, la fonction f définie par $f : x \longmapsto x^2$ est représentée par la courbe suivante :

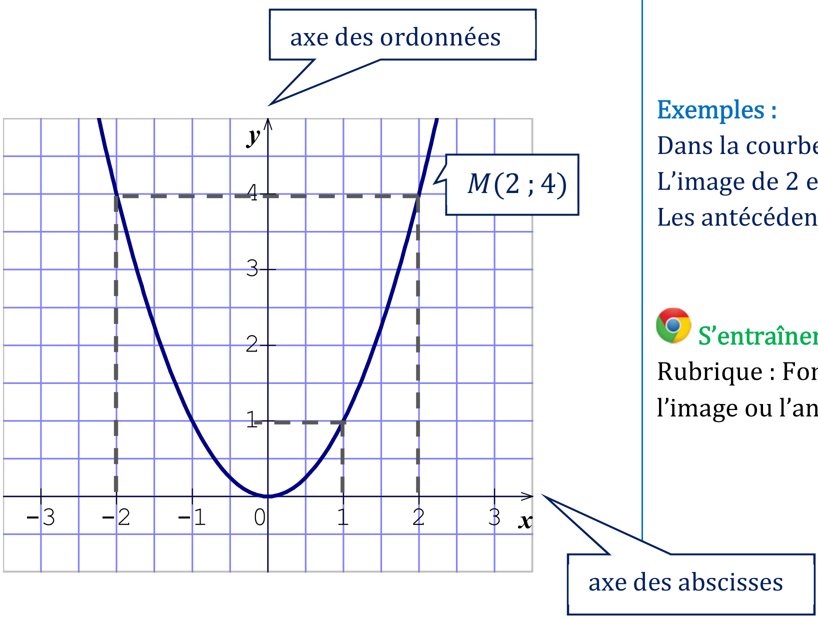


Schéma :

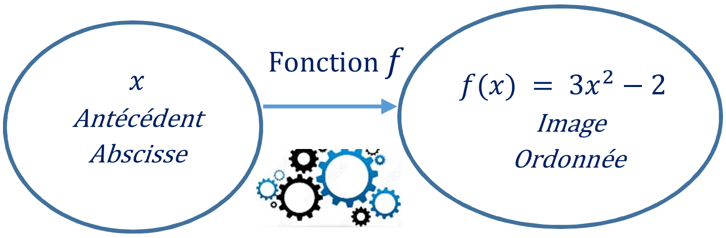


Tableau de valeurs :

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	10	1	-2	1	10	25

$\boldsymbol{f(-2) = 10}$ **signifie que :**

- $\boldsymbol{-2}$ **est l'antécédent de 10 par la fonction** $\boldsymbol{f}$
- **10 est l'image de** $\boldsymbol{-2}$ **par la fonction** $\boldsymbol{f}$

Exemples :

① Calculons l'image de -5 par f :
$f(-5) = 3 \times (-5)^2 - 2 = 3 \times 25 - 2 = 73$
L'image de -5 par f est 73.

② Calculons les antécédents de 10 par f :
Je résous $f(x) = 10$
$3x^2 - 2 = 10$
$3x^2 = 12$
$x^2 = 4$
$x = -\sqrt{4}\;\; ou\; x = \sqrt{4}$
$x = -2\;\; ou\; x = 2$
Les antécédents de 10 par f sont $2\; et - 2$.

Exemples :
Dans la courbe ci-contre, on peut lire que :
L'image de 2 est 4.
Les antécédents de 4 sont -2 et 2

S'entraîner : https://mathsmentales.net/old/
Rubrique : Fonctions ⇒ Fonctions linéaires et affines ⇒ Lire l'image ou l'antécédent d'un nombre sur une courbe

Fonction constante : $\boldsymbol{f : x \longmapsto k}$

On note aussi $f(x) = k$

- La représentation graphique d'une fonction constante est une **droite parallèle à l'axe des abscisses.**
- La valeur en ordonnée est toujours égale à k, elle ne varie pas et cela quelle que soit la valeur de x.

Fonction linéaire : $\boldsymbol{f : x \longmapsto ax}$

On note aussi $f(x) = ax$

- La représentation graphique d'une fonction linéaire est une **droite** qui **passe par l'origine du repère.**
- On appelle a le **coefficient directeur** de la droite.
- Une fonction linéaire traduit une **situation de proportionnalité** entre les antécédents et leurs images.

$$\boldsymbol{a = \frac{f(x)}{x}} \quad (x \neq 0)$$

Fonction affine : $\boldsymbol{f : x \longmapsto ax + b}$

On note aussi $f(x) = ax + b$

- La représentation graphique d'une fonction affine est une **droite** qui n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées.
- On appelle $\boldsymbol{a}$ **le coefficient directeur** de la droite
- On appelle $\boldsymbol{b}$ **l'ordonnée à l'origine** de la droite

$$\boldsymbol{a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}} \quad (x_1 \neq x_2)$$

- Graphiquement, on peut lire le coefficient directeur de la droite avec, entre deux points quelconques de la droite :

$$\boldsymbol{a = \frac{déplacement\ en\ ordonnées\ (vertical)}{déplacement\ en\ abscisses\ (horizontal)}}$$

Mémo : Les fonctions linéaires et les fonctions constantes sont des cas particuliers de fonctions affines.

- **Quand $\boldsymbol{a = 0}$ alors on retrouve une fonction constante du type $\boldsymbol{f(x) = b}$**
- **Quand $\boldsymbol{b = 0}$ alors on retrouve une fonction linéaire du type $\boldsymbol{f(x) = ax}$**

Exemples :

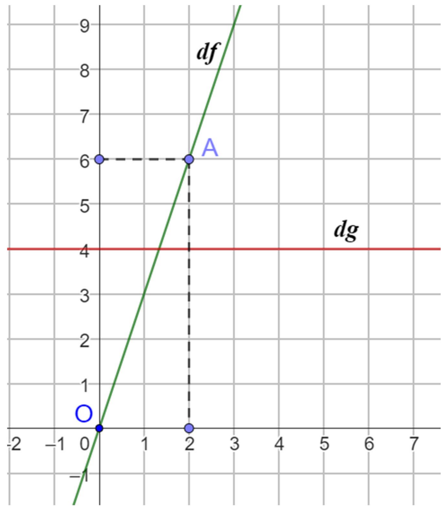
a) Traçons la représentation graphique des fonctions f *et* g définies par : $f(x) = 3x$ et $g(x) = 4$

Pour tracer la droite d_f :

1[er] point : L'origine du repère O

2[ème] point : Je choisis $x = 2$ par exemple et je calcule son image. $f(2) = 3 \times 2 = 6$.

La droite $\boldsymbol{d_f}$ passe par les points $\boldsymbol{O(0 ; 0)}$ et $\boldsymbol{A(2 ; 6)}$



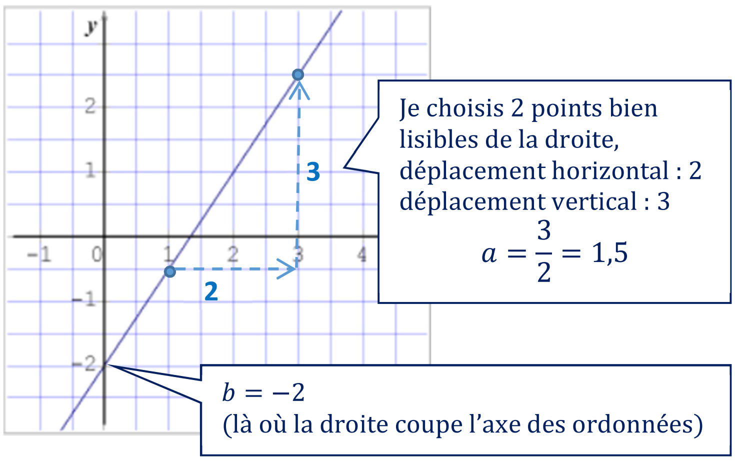
b) Traçons la représentation graphique de la fonction h définie par : $h(x) = -2x + 4$

1[er] point : Je choisis $x = 0$ par exemple et je calcule son image. $h(0) = -2 \times 0 + 4 = 4$.

2[ème] point : Je choisis $x = 1$ par exemple et je calcule son image. $h(1) = -2 \times 1 + 4 = 2$.

La droite $\boldsymbol{d_h}$ passe par les points $\boldsymbol{B(0 ; 4)}$ et $\boldsymbol{C(1 ; 2)}$

c) Retrouvons a et b par lecture graphique :



S'entraîner : https://mathsmentales.net/old/

Rubrique : Fonctions ⇒ Fonctions linéaires et affines ⇒ Coefficients d'une fonction affine